MŰSZAKI TUDOMÁNY AZ ÉSZAK-ALFÖLDI RÉGIÓBAN 2010

KONFERENCIA ELŐADÁSAI

Nyíregyháza, 2010. május 19.

Szerkesztette:
Edited by
Pokorádi László

Kiadja: **Debreceni Akadémiai Bizottság Műszaki Szakbizottsága**

ISBN 978-963-7064-24-1

Debrecen 2010

A konferencia szervezői:

***Magyar Tudományos Akadémia Debreceni Területi Bizottság (DAB)
Műszaki Szakbizottsága és a
Nyíregyházi Főiskola Műszaki és Mezőgazdasági Kar***

***Közreműködő:
Magyar Tudományos Akadémia Miskolci Területi Bizottság (MAB)
Gépészeti Szakbizottsága***

A Programbizottság tagjai:
Prof. Dr Pokorádi László, elnök
Dr. Kalmár Ferenc; Dr. Kovács Imre; Dr. Lámer Géza; Nagy Attila;
Prof. Dr. Óvári Gyula; Dr. Sikolya László;
Prof. Dr. Szabolcsi Róbert; Dr. Szigeti Ferenc;
Dr. Szűcs Edit; Dr. Szűcs Péter;
Prof. Dr. habil. Tisza Miklós

A kiadvány nyomdai megjelentetését a ***DKV Debreceni Közlekedési Zártkörűen Működő Részvénytársaság*** támogatta.

***A Konferencia szervezését a
Magyarország-Románia Határon Átnyúló Együttműködési Program
HURO/0801/036/01 sz. pályázata támogatja***

MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓS MÁSODRENDŰ VALÓSZÍNŰSÉGI BIZONYTALANSÁGELEMZÉS SZEMLÉLTETÉSE

DEMONSTRATION OF SECOND ORDER PROBABILITY UNCERTAINTY INVESTIGATION BY MONTE-CARLO SIMULATION

MOLNÁR Boglárka[1] – POKORÁDI László[2]

Debreceni Egyetem
[1] BSc hallgató, DE MK, bogi.molnar@gmail.com
[2] egyetemi tanár, DE MK, pokoradi@mk.unideb.hu

Kivonat: *A matematikai modellek vizsgálatakor fontos elemzési szempont a modellt jellemző paraméterek bizonytalansági kérdése. Több alternatíva ismert a parametrikus modellbizonytalanságok elemzésére, jelen tanulmány a Monte-Carlo szimulációs másodrendű valószínűségi elemzést mutatja be egy egyszerű példán keresztül.*

Kulcsszavak: *modellbizonytalanság, bizonytalanságelemzés, Monte-Carlo szimuláció*

Abstract: *Uncertanity analysis of parameters used to characterize mathematical models is of primary importance. Several methods are known to evaluate the parametric model uncertanities of a model. In this work, the second order probability analysis by Monte-Carlo simulation is presented via a simple example.*

Keywords: *model uncertainty, uncertainty analysis, Monte-Carlo simulation*

1. BEVEZETÉS

Ma a rendszerelmélet a „tudományok tudománya”, amelyet minden tudomány segítségül hív alapvető kérdéseinek megválaszolásához és használ konkrét vizsgálataihoz. Azonban egy technikai rendszer, vagy műszaki folyamat vizsgálatának első fontos lépése az elemek, és az állapotuk közötti — sok esetben bonyolult kölcsönhatásokat is jelenthető — kapcsolatok feltárása, illetve annak elemzése, egyszóval modellezése [4].

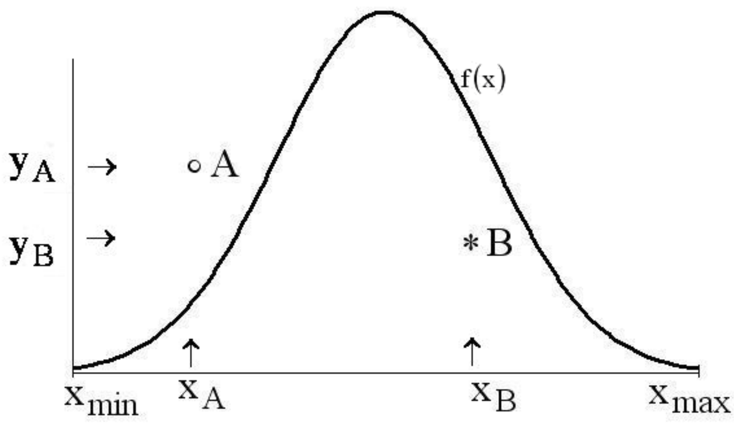
Azonban a modellezés tudományában rendkívül fontos a bizonytalanság elemzése, amely információt ad a kapott válaszok hibahatárairól, illetve a modell eredményeinek megfelelő, elfogadható szintjéről.

A Szerzők célja, hogy bemutassák a matematikai modellek parametrikus bizonytalanságelemzés fajtáit, azok értelmezését és elemzési eljárásait egy egyszerű, hétköznapi példán keresztül. Jelen cikkben a Monte-Carlo szimuláció alkalmazásával történő másodrendű valószínűségi bizonytalanságelemzés kerül szemléltetésre.

A tanulmány az alábbi fejezetekből áll: A 2. fejezet a Monte-Carlo szimulációt ismerteti, a 3. fejezetben a szemléltetésre kiválasztott mintapéldán ismerhető meg a Monte-Carlo szimulációs másodrendű valószínűségi bizonytalanságelemzés. A 4. fejezetben összegzik munkájukat a Szerzők.

2. A MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓ

A Monte-Carlo szimulációs módszert NEUMANN JÁNOS dolgozta ki 1945-ben. Monte-Carlo módszereknek nevezzük a matematikai feladatok megoldásának véletlen mennyiségek modellezését felhasználó numerikus módszereit és azok jellemzőinek statisztikus értékelését. Ez a módszer alkalmas arra, hogy véletlen események sorozatával oldjunk meg determinisztikus problémákat. Lényege, hogy az egyes bizonytalan tényezőkhöz rendelt valószínűség-eloszlások alapján véletlenszerűen választunk ki értékeket, amelyeket a szimulációs vizsgálat egy-egy kísérletében felhasználunk [1].



1. ábra A kiszorításos módszer szemléltetése

A gerjesztések meghatározásához az úgynevezett kiszorításos módszert alkalmazhatunk, melynek lényege, hogy egyenletes eloszlású véletlen szám generátor felhasználásával kiválasztunk a gerjesztési tartományon belül egy *x* értéket, majd ehhez hozzárendelünk egy szintén véletlen y_x értéket. Az előre meghatározott sűrűség függvény alapján döntünk a generált *x* számról:

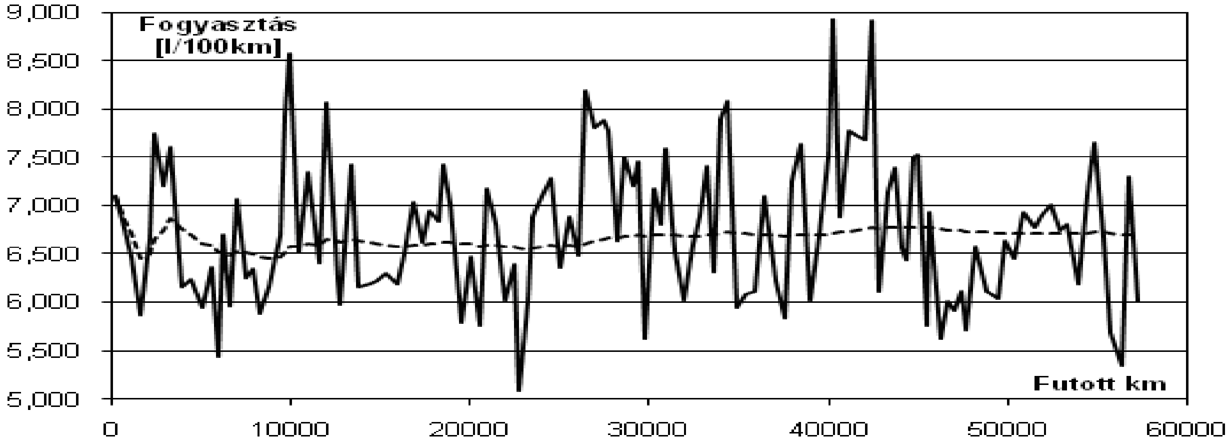
- ha $y_x > f(x)$, „elvetjük” az adott x értéket (lásd **A** pont az 1. ábrán);
- ha $y_x < f(x)$, „megtartjuk” és a szimuláció során, mint input érték alkalmazzuk az adott x értéket (lásd **B** pont az 1. ábrán).

3. MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓS BIZONYTALANSÁGELEMZÉS SZEMLÉLTETÉSE

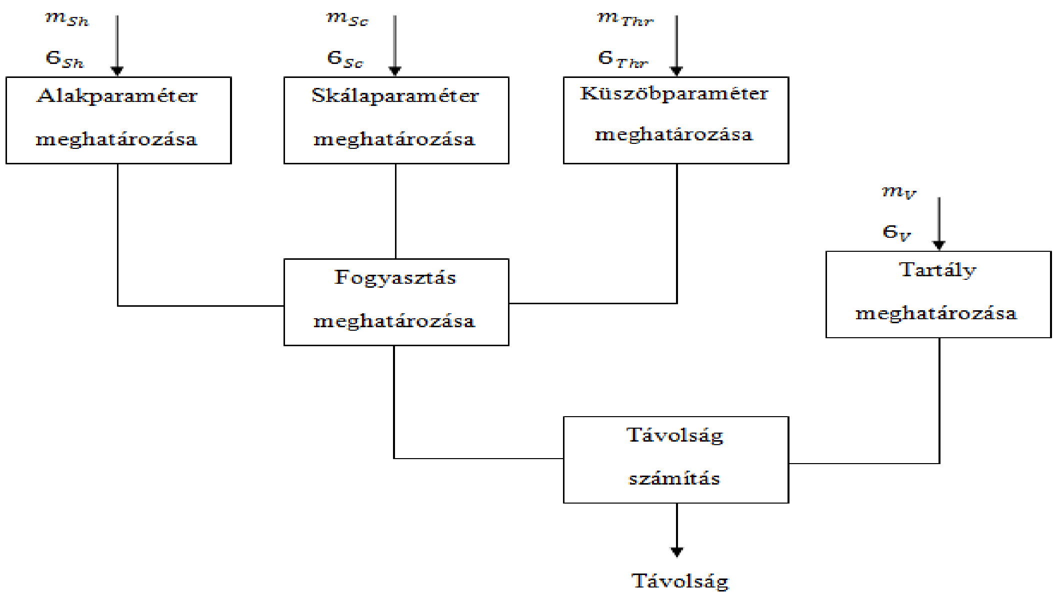
Ha egy folyamat vagy rendszer vizsgálatánál egy azokat helyettesítő modellt alkalmazunk, akkor szimulációról beszélünk. Monte-Carlo (vagy véletlen) szimulációnak nevezzük azt a folyamatot, amikor a szimuláció során véletlenül választott pontokat vagy mennyiségeket használunk.

Modellnek egy egyszerű példát ragadtunk ki a hétköznapokból, amellyel a gépjárművek fogyasztását lehet modellezni. Röviden „tele tank” módszernek nevezzük, lényege, minden egyes üzemanyag feltöltésnél teletankoljuk az autót, majd a „napi” kilométeróra nullázásával le tudjuk mérni a megtett kilométereket, és meghatározhatjuk az aktuális fogyasztást. A számított és a mért eredmények között eltérések mutatkoztak (2. ábra) [3]. Ezen eltéréseket már korábbi tanulmányokban értelmeztük és elemeztük [2] [3] [5]. A Szerzők jelen dolgozatban a másodrendű valószínűségi bizonytalanság elemzést mutatják be Monte-Carlo szimulációval.

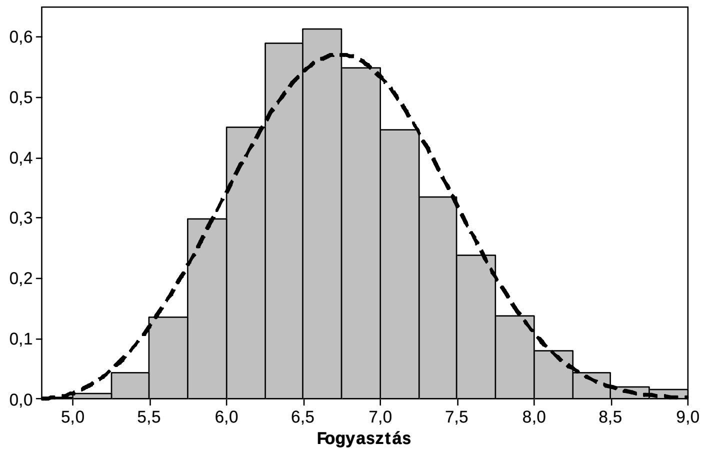
Mekkora távolságot tudunk megtenni egyetlen tankolással? A szemléltetés érdekében erre a bizonytalansági kérdésre koncentrálódott figyelmünk. A 3. ábrán látható blokkdiagram ábrázolja a példánkra vett szimuláció menetét.



2. ábra Fogyasztások változása a futott kilométerek függvényében



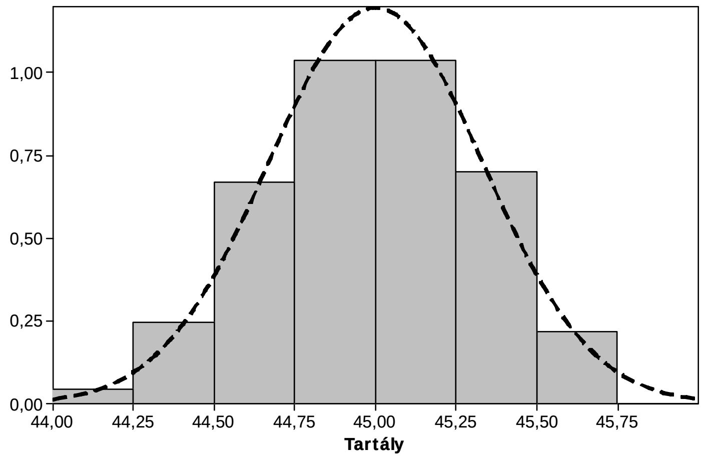
3. ábra A minta példa Monte-Carlo szimulációjának menete



Paraméterek	Érték
Alak	3,23887
Skála	2,19892
Küszöb	4,77427

4. ábra A fogyasztás háromparaméteres Wiebull-eloszlása

A feltett kérdés megválaszolása érdekében meghatároztuk az 2. ábra értékei alapján a gépkocsi fogyasztásának, mint modell bemenő jellemzőjének, a háromparaméteres Weibull valószínűségi eloszlása jellemzőinek (normál) eloszlásait (1. Táblázat). A tartály töltöttségét normál eloszlásúnak feltételeztük.



Paraméterek	Érték
Várható érték	45
Szórás	0.333

5. ábra A tartály töltöttségének normál-eloszlása

	Várható érték	Szórás
Alakparaméter	2,097	0,5245
Skálaparaméter	1,117	0,280
Küszöbparaméter	3,175	0,277

1. Táblázat A paraméterek várható értékei és szórásai

Következő lépésként a gerjesztések meghatározásához a — 2. fejezetben már ismertetett— kiszorításos módszert használva, végrehajtottuk a Monte-Carlo szimulációt, amely abból állt, hogy véletlenszerűen generáltuk a fogyasztás eloszlásának jellemző három paraméterét, meghatároztuk a gépjármű fogyasztását, a tartály töltöttségét, majd a megtehető távolságot (3. ábra).

A vizsgált rendszer matematikai modellje esetünkben nagyon egyszerű:

$$T = \frac{V}{f} \quad , \qquad (1)$$

ahol:

T — a megtehető távolság [km];

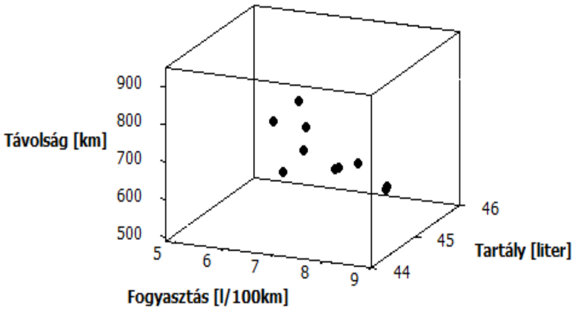
V — az üzemanyag tartály térfogata [liter];

f — fogyasztás [liter/100km].

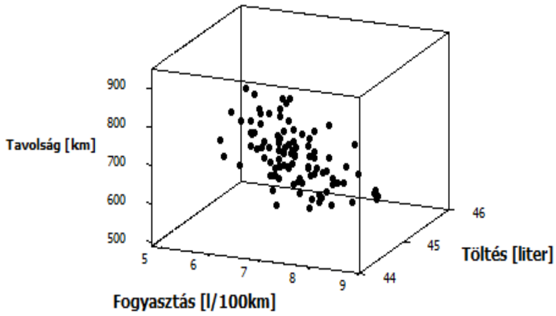
A fenti elemzést elvégeztük 10, 100, 1 000 és 10 000 gerjesztés esetére, melyek eredményeit ábrázolja a 6. ábra. A 7. ábra az elméleti válaszfelületet szemlélteti. Megállapítható, hogy a gerjesztésekkel kapott (eredmény)pontok az elméleti felületen helyezkednek el. A szóródásuk viszont egyértelműen jelzi, hogy a megtehető távolság is egy (nem egyenletes) valószínűségi eloszlással fog bírni.

A kiinduló adatok becslése, valamint a szimuláció elvégzése után meghatároztuk a megtehető távolság eloszlását (8. ábra).

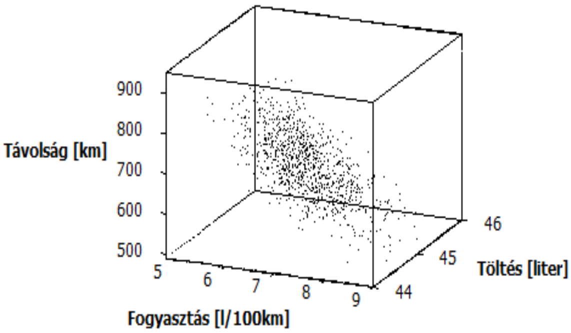
Ez a válasz a feltett kérdésre rendszermodellezési szempontból. Gyakorlati jelentése pedig az, hogy ekkora a valószínűsége, hogy adott távolság megtételekor kifogy a tüzelő anyag a tartályból. Másképpen megfogalmazva, meghatározható, hogy mekkora az esélyünk, hogy az adott célállomásra eljutunk újabb tankolás nélkül.



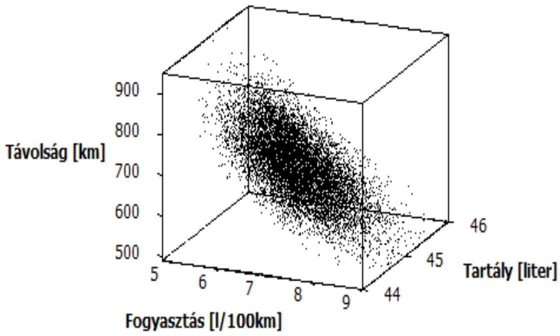
Gerjesztések száma: 10



Gerjesztések száma: 100

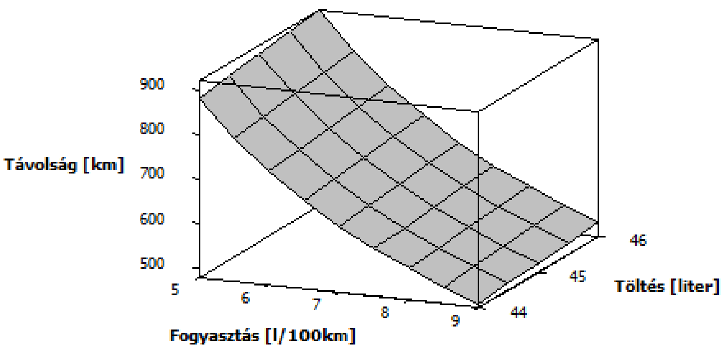


Gerjesztések száma: 1 000

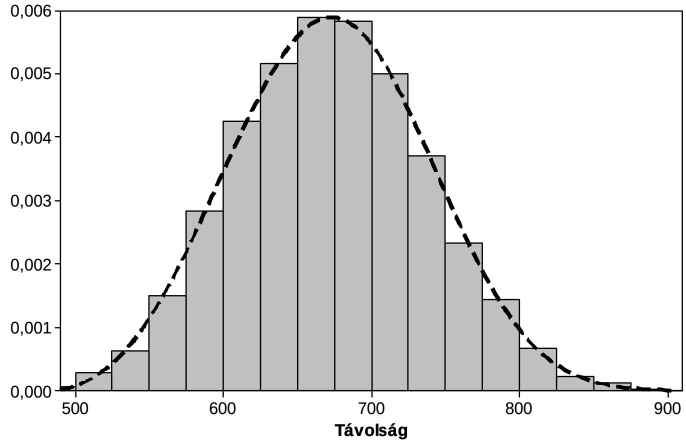


Gerjesztések száma: 10 000

6. ábra A Monte-Carlo szimuláció futási eredményei



7. ábra A megtehető távolság elméleti válaszfelülete Monte-Carlo szimuláció alapján



Paraméterek	Érték
Alak	3,29950
Skála	216,62306
Küszöb paraméter	478,90310

8. ábra A megtehető távolság háromparaméteres Weibull-eloszlása

4. ÖSSZEGZÉS

A tanulmány röviden ismertette a Monte-Carlo szimulációt és bemutatott egy egyszerű modell Monte-Carlo szimulációs másodrendű valószínűségi elemzését. Összegzésként elmondható, hogy ez a bizonytalanságelemzési eljárás rendszermodellezési szempontból alkalmas arra, hogy megoldjuk egy matematikai modell determinisztikus problémáit.

Az utóbbi években a Debreceni Egyetem Műszaki Karán oktatott Rendszertechnika tantárgy keretein belül intenzív kutatómunka folyik annak feltárása céljából, hogy a széles értelemben vett modellezési bizonytalanság kezelés milyen módon oldható meg a leghatékonyabb formában.

A Szerzők munkájuk során olyan tanulmányok elkészítését tűzték ki céljukként, amelyek leírják ezeket a bizonytalanságokat, értelmezik, vizsgálják és szemléltetik a matematikai modellek bizonytalanságainak elemzési módszereit.

5. FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] **BRONSTEJN, I. N., ET AL.:** Matematikai kézikönyv, Typotex, Budapest, 2006, pp. 1209.

[2] **MOLNÁR BOGLÁRKA:** Gépjármű fogyasztás meghatározásának bizonytalansága — A futott kilométerek kérdése, Műszaki Tudomány az Észak-Alföldi Régióban 2009., p. 179–184. (ISBN 978-963-7064-21-0).

[3] **MOLNÁR BOGLÁRKA:** Parametrikus bizonytalanságok leírási módjai, TDK dolgozat DE MK 2009. (konzulens: Pokorádi László).

[4] **POKORÁDI LÁSZLÓ:** Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, pp.242. (ISBN 978-963-9822-06-1).

[5] **POKORÁDI, LÁSZLÓ - MOLNÁR BOGLÁRKA**: Monte-Carlo szimulációs valószínűségi bizonytalanságelemzés szemléltetése, Repüléstudományi Közlemények 2010. április 16. (HU ISSN 1789-770X) pp.12, http://www.szrfk.hu/rtk/kulonszamok/2010_cikkek/Pokoradi_L-Molnar_B.pdf.