

**MŰSZAKI TUDOMÁNY AZ
ÉSZAK-KELET MAGYARORSZÁGI
RÉGIÓBAN
2013**

**KONFERENCIA
ELŐADÁSAI**

Debrecen, 2013. június 4.

Szerkesztette:
Edited by
Pokorádi László

Kiadja:

**Debreceni Akadémiai Bizottság
Műszaki Szakbizottsága**

ISBN 978-963-7064-30-2

Debrecen 2013

A KONFERENCIA SZERVEZŐI:

**A Magyar Tudományos Akadémia Debreceni Területi Bizottság (DAB)
Műszaki Szakbizottsága,
a Magyar Tudományos Akadémia Miskolci Területi Bizottsága,
a Debreceni Egyetem Műszaki Kara,
valamint a
Műszaki Mérnökképzésért Alapítvány**

A KONFERENCIA FŐVÉDNÖKE:

Dr. habil. Szűcs Edit
a Debreceni Egyetem Műszaki Kar dékánja

A KONFERENCIA PROGRAMBIZOTTSÁGA:

Prof. Dr. Pokorádi László, elnök; Ráthy Istvánné dr., titkár;
Dr. Békési Bertold; Dr. Bodnár Ildikó; Dr. Bottyán Zsolt; Dr. Kalmár Ferenc;
Klenóczki Károly; Dr. Kovács Imre; Prof. Dr. Óvári Gyula; Dr. Palik Mátyás;
Dr. Páy Gábor; Dr. Sikolya László; Prof. Dr. Szabolcsi Róbert;
Dr. Szigeti Ferenc; Prof. Dr. Szűcs Péter; Prof. Dr. habil. Tisza Miklós;
Dr. Vermes Pál

A KONFERENCIA TÁMOGATÓI:

FANUC Robotics Magyarország Kft
DKV Debreceni Közlekedési Zártkörűen Működő Részvénytársaság
Airport-Debrecen Kft.



MÉR RENDSZEREK VIZSGÁLATA

MEASUREMENT SYSTEM ANALYSIS

PÓSER István¹, POKORÁDI László²

¹PhD hallgató, FVT ¹fejleszt mérnök, ²egyetemi tanár
¹Debreceni Egyetem, ¹NI Hungary Kft, ²Óbudai Egyetem
¹poser.istvan@gmail.com, ²pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu

Kivonat: Egy mér rendszer minőségét a sorozatos mérési eredmények statisztikai tulajdonságai határozzák meg. Ha a mérési eredmények közel helyezkednek el egymáshoz és egy ismert referencia értékhez, akkor a mér rendszer jó minőségű. A leggyakoribb ok egy rossz minőségű mér rendszer mögött a környezettel való kölcsönhatás. Ha egy mér rendszer szórása túl nagy, akkor elfedheti a gyártási problémákat. Komoly erőfeszítések szükségesek ezen szórások monitorozásához, irányításához. A statisztikai folyamatirányítás eszközei hasznosak lehetnek ezen a területen. Ebben a cikkben egy statisztikai módszert mutatunk be, mely alkalmas a mér rendszerek minőségére.

Kulcsszavak: mér rendszer minőség, statisztikai folyamatirányítás, Gage R&R,

Abstract: Quality of a measurement system is defined by the statistical properties of multiply measurements. If the measurement results are close to each other and to a known good reference value, then the quality of the system is good. The most common reason behind a bad quality measurement system is interaction with the environment. If the variations of the measurement results become too large, then they might mask the variation in the manufacturing process. Great effort is required to monitor and control the variation and statistical process control methods can be very useful in these areas. In this article we will introduce a statistical method for qualifying measurement systems.

Keywords: measurement system qualification, statistical process control, Gage R&R,

1. BEVEZETÉS

Az ipari használatra szánt eszközök gyártásában egyre fontosabb szerepet kap a minőség és a megbízhatóság, mivel sok esetben ezen eszközök meghibásodása komoly veszteségeket okozhat és a javításuk, vagy a cseréjük sem oldható meg egyszerűen.

Ezen eszközök gyártásánál nem a mintavételes ellenőrzés a jellemző. Minden terméket megvizsgálunk, hogy az megfelel-e az előírásoknak, a specifikációnak. De még ez sem jelent garanciát arra, hogy az ellenőrzött eszköz megfelelően fog működni, hiszen ezeket az ellenőrzéseket is mér rendszerek segítségével végzik.

A rendszerek és rendszermodellek parametrikus bizonytalanságait (melyek egyik forrása az alkalmazott mér rendszer pontatlansága), és lehetséges elemzési módszereit mutatja be Pokorádi könyvében [5].

Például Drégelyi-Kiss szerző társaival [1] cikkükben rávilágítanak a hosszmeréstechnika leggyakoribb kérdéseire. Egy berendezés kalibrálás során a mér eszköz ismétlési képességét és linearitását vizsgálták, a német és amerikai autóiipari többletkövetelmény során vizsgáljuk ugyancsak a mér eszköz ismétlési képességét, de előtérbe kerülnek a környezeti tényezők és az emberi tényezők is. Összehasonlítva a német illetve amerikai többletkövetelményt arra a következtetésre jutottak, hogy a német VDA5 egy nagyon nehezen érthető és kezelhető mérési rendszer, míg az amerikai MSA egy sokkal inkább felhasználó barát kiértékelés. Véleményük szerint egy dolgról azonban nem feledkezhetünk meg, mégpedig, hogy a méréstechnika világában mind a mai napig további rengeteg kérdés merül fel, melyek megválaszolása több szálon indulhat el többféle eredményt produkálva.

Másik példának Kovács-Coskun és Pinke [3] tanulmánya tekinthető, melyben a szerszám és alkatrészgyártás területén alkalmazott mikro-, illetve nanométeres rétegvastagságú felületi

rétegek keménységmérésének kérdéseit elemezték. Az ilyen mérések során az els dleges korlát a rétegvastagság és a keménységmér szerszám behatolási mélységének aránya, ami ebben az esetben azt jelenti, hogy hagyományos mérés esetén a szerszám a réteget átszakítva mélyebbre hatol, ezáltal a mérési eredmény nem ad információt a bevonat keménységéről. Olyan eljárást kell tehát alkalmazni, amely állapítja meg a mélységet, mely esetében ez a geometriai korlát figyelembe vehető és a méréssel használható eredményt kaphatunk.

Egy mérési rendszer nem megfelelő összeállítása akár oda is vezethet, hogy rossz eszközöket használjunk, de ami súlyosabb, hogy rossz eszközöket is használjunk. Ilyen probléma lehet például a túl kis felbontás. De az sem feltétlen helyes megoldás, ha kapható legjobb mérési rendszert használjuk, hiszen ekkor a gyártásunk költségei lesznek irracionálisan magasak. Meg kell keresni a feladathoz leginkább megfelelő mérési rendszert, és bizonyítani kell, hogy alkalmas rá. Ehhez nyújt segítséget a mérési eredmények statisztikai vizsgálata.

2. NYOMONKÖVETHETISÉG

A nyomonkövethetőség egy nagyon fontos fogalom az iparban [4]. Egy mérési nyomonkövethetősége általában összehasonlítások folyamatos láncolatát jelenti, aminek segítségével a mérés visszavezethető valamely nemzeti mérési intézményhez. Az olyan mérések, amelyek visszavezethetők ugyanazon vagy hasonló szabványokhoz, inkább megegyeznek, mint azok, amelyek nem nyomonkövethetők. Ez elősegíti a jó termékek visszautasításának és a rossz termékek elfogadásának esélyét. Az, hogy a nyomonkövethetőség konkrétan hogyan valósítható meg a technológia fejlődésével egy adott iparágban, folyamatosan változik. A nemzeti mérési intézmények szorosan együttműködnek laborokkal és gyártókkal, hogy biztosítsák a referencia minták vagy eszközök kalibrálását és nyomonkövethetőségét. Így ezek a laborok és gyártók ezután kalibrációs és mérési szolgáltatásokat tudnak nyújtani a saját vevőiknek. Ezzel a fajta láncolattal az események sorozata eljut a gyártóorig is és lefekteti az alapjait a nyomonkövethetőségnek. De nem minden gyártó rendelkezik saját laborral. Általában független kalibrációs laborokhoz fordulnak, hogy kalibrációs szolgáltatást vegyenek igénybe. Ez egy általánosan elfogadott és megfelelő módszer a nyomonkövethetőség elérésére.

3. MÉRÉSI PROBLÉMÁK

Egy mérési rendszernek több alapvető kritériumnak is meg kell felelnie ahhoz, hogy az használható legyen a gyártósoron elkészült termékek minőségének biztosítására [4]. Három alapvető problémát kell figyelembe venni.

1. A mérési rendszereknek megfelelően kicsi kell, hogy legyen az érzékenyséjük. Ez a tulajdonság a mérési eszközök kialakításából következik és a rendszernek képesnek kell lennie a termékekben vagy a folyamatokban bekövetkezett változások detektálására.
2. A mérési rendszernek stabilnak kell lennie. Reprodukálható körülmények között a mérési adatok szórása mögött általános okoknak kell állnia.
3. A mérési rendszer statisztikai tulajdonságainak konzisztenseknek kell lennie az elvárt tartományokban.

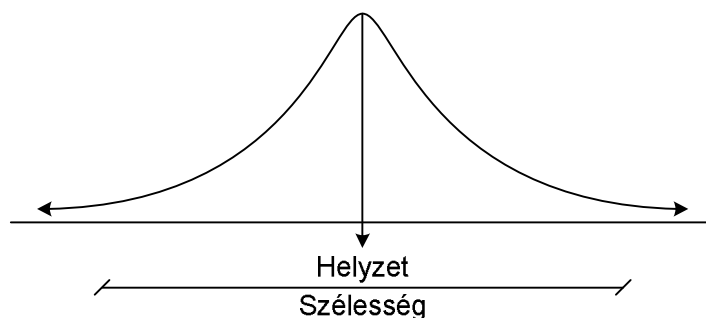
Sokszor feltételezés az, hogy a mérési eredmények pontosak és a további következtetéseket ezek alapján vonjuk le. De a mérési rendszer szórása hatással van az eredményekre és még inkább az ezekből származtatott következtetésekre. Egy mérési rendszer problémái 5 kategóriába sorolhatóak: eltolódás, ismételtetés, reprodukálhatóság, stabilitás és linearitás. A rendszer

vizsgálatának egyik célja, hogy információkat gyűjtsünk a szórások típusáról és mértékéről miközben a rendszer kölcsönhatásban van a környezetével. Ezek az információk azért fontosak, mert egy átlagos gyártás számára sokkal praktikusabb, ha ismerik az ismételt mérési feltételeit és tudnak számolni vele, mintha különösen nagy pontosságú méréseket használnának. Egy ilyen vizsgálat a következő információkat szolgáltathatja a számunkra:

- kritériumot egy új mérési rendszer elfogadásához;
- alapot két mérési módszer összehasonlításához;
- információt hibakereséshez;
- információk egy mérési módszer javítás előtti és javítás utáni állapotának összehasonlításához.

4. TERMINOLÓGIAI ÖSSZEFOGLALÓ

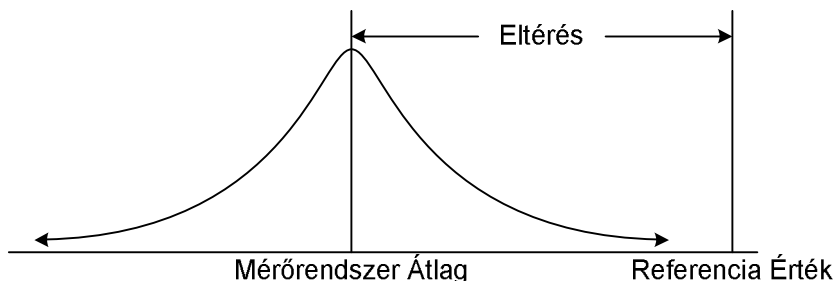
A mérési számok hozzárendelése fizikai mennyiségekhez, melyek azok viszonyát tükrözik [2][4][6]. *Gage-nek* vagy *mérési eszköznek* nevezik azt az eszközt, amivel a mérést végzik és a mérési rendszer, a mérési eszközök, programok, szabványok, módszerek, személyek összessége.



1. ábra A mérési eljárás szórásának karakterisztikája (forrás: [4]).

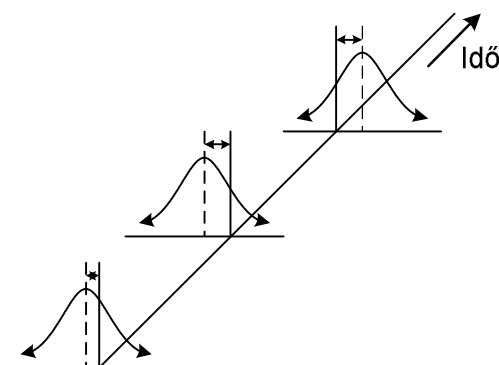
- Standard: Bármilyen, ami általánosan vagy egy hatóság által elfogadott, mint összehasonlítási alap. Ez lehet egy etalon vagy egy hatóság által felépített összeállítás is.
- A mérési eszközök alapvető tulajdonságai:
 - Felbontás: A mérési eszközzel mérhető legkisebb változás mértéke. Fontos alapszabály, hogy ennek az értéknek legalább a tízszerese kell, hogy legyen a mérendő mennyiség legkisebb változása.
 - Effektív felbontás: A mérési rendszerrel érzékelhető azon legkisebb változás mértéke, amely már értékelhető kimeneti adatot eredményez.
 - Referencia érték: Egy termék vagy összeállítás mért értéke, amely egységesen elfogadott és összeállítás alapjául szolgál. A referencia érték többféle módszerrel is meghatározható. Például több eredmény átlagolásával, amit egy pontosabb mérési rendszerrel mértek. De lehet egy törvény által meghatározott, vagy számított elméleti érték is.
 - Valós érték: A termék valós értéke, ami nem ismert és nem ismerhető meg, de az egész mérési eljárásnak a célja a lehető legpontosabb megközelítése. Minden egyes mért értéknek olyan közel kell hozzá lennie, amennyire csak lehetséges. A referencia értéket használják, mint a valós érték legjobb megközelítését.
- Helyzet változás:
 - Eltérés: Egy vagy több terméken elvégzett ismételt mérések eredményeinek átlaga és a referencia értéknek a különbsége. Ez az eltérés a mérési rendszer szisztematikus hibá-

jának a mércéje. Az összes olyan ismert vagy ismeretlen forrásból származó mérési hibát tartalmazza, amelyek reprodukálható módon befolyásolják a mérési eredményeinket. Ezen hibák forrása lehet rossz vagy nem megfelelő m szer használata, linearitási probléma, kalibráció hiánya, de akár környezeti hatás is.



2. ábra Eltérés értelmezése (forrás: [4])

- **Stabilitás:** A mérési eredmények változása, miközben ugyanazon termékeken, ugyanazon mér rendszerrel, ugyanazt a paramétert mérjük hosszabb időn keresztül. Tulajdonképpen az eltérés időbeli változását jelenti. A probléma hasonló okokra vezethető vissza, mint az eltérés.



3. ábra Stabilitás értelmezése (forrás: [3])

- **Linearitás:** Az eltérés változása a normál m ködési tartományon belül mozogva. Fel-fogható úgy, mint az eltérés változása a mérend mennyiség változásával.
- **Szélesség változás:**
- **Ismételhet ség:** A mérési eredmények változása miközben ugyanazon mér rendszerrel, ugyanazon terméken, ugyanaz az operátor, ugyanazt a paramétert méri meg egymás után többször. Az ismételhet ség eredménye a mér rendszer bels szórásáról ad visszajelzést, mivel a mérési összeállítás, az operátor és a környezet állandónak tekinthető és így magába foglalja az összes lehetséges bels hiba forrását.
 - **Reprodukálhatóság:** Tradicionálisan a mérési eredmények változását jelenti, miközben ugyanazon mér rendszerrel, ugyanazon terméken, ugyanazt a paramétert méri több operátor. Természetesen ez csak olyan esetben értelmezhető, ha a mérési eredményét befolyásolja az operátor ügyessége, tapasztalata is. Egy automatizált rendszer esetében ez nem jellemző, ezért alapvetően az eltér mér rendszerekkel vagy az eltér körülmények között végzett mérések eredményeinek átlagának szórását jelenti.

- GRR vagy Gage R&R: Az ismételt mérés és a reprodukálhatóság kombinációja. A mérési rendszeren belüli és a mérési rendszerek közötti szórások összege.
- Mérési rendszer képessége: A mérési rendszer képessége a mérési hibák összességének a szórása a rövidtávú becslések alapján. A képességre vonatkozó becsléshez mindig szükséges a mérés céljának definiálása. Ez lehet nagyon specifikus vagy általános is a mérés egy részére vagy akár egészére vonatkozóan. A rövidtáv jelenthet egy mérési sorozatot, az GRR egész időtartamát vagy akár a gyártás egy adott idejét.
- Mérési rendszer teljesítménye: A rendszer teljesítménye az ismert szórások összehatása hosszú időn keresztül. Ahogy a mérési rendszer képesség esetén is, a teljesítményhez is szükséges a mérés céljának definiálása. A hosszú idő jelentheti több képességvizsgálat időintervallumát, de akár a mérési rendszer egész élettartamát is.

5. MÉRÉSI RENDSZER STATISZTIKUS TULAJDONSÁGAI

Egy ideális mérési rendszer csak helyes mérési eredményeket produkálna a használata során [4][6]. Egy ilyen rendszer statisztikailag nulla szórással és nulla eltéréssel rendelkezne, és nulla lenne a valószínűsége annak, hogy nem megfelelő kategóriába sorol be egy terméket. Sajnos az ilyen statisztikai tulajdonságokkal rendelkező mérési rendszerek nagyon ritkák, ezért az iparban kénytelenek olyan mérési rendszereket alkalmazni, amelyek kevésbé ideális statisztikai tulajdonságokkal rendelkeznek. Egy mérési rendszer minőségét szinte kizárólag a mérési eredmények statisztikai tulajdonságai határozzák meg. Egyéb összetevők, mint például az ár vagy a reprodukálhatóság is fontosak, de a minőséget szinte csak a statisztikai tulajdonságok befolyásolják.

Bizonyos tulajdonságok fontosak lehetnek egy adott alkalmazás szempontjából, de ez nem jelenti azt, hogy más alkalmazások esetén is fontosak. Például ha egy terméken meg szeretnénk mérni két elvárt csatlakozó között az összeköttetés ellenállást, akkor ahhoz szükségünk van egy nagy pontosságú digitális multiméterre, aminek kicsi az eltérése és a szórása is. De lehet, hogy ez a multiméter egy olyan mérési rendszernek a része, amely jelentős elektromágneses és termikus zajjal szennyezi a mérésünket és így a rendszer már egyáltalán nem lesz alkalmas döntéshozatalra.

Habár minden mérési rendszer esetében eltérő tulajdonságok lehetnek a fontosak, vannak tulajdonságok, amelyek egyértelműen jellemeznek egy jó mérési rendszert:

- Megfelelően nagy felbontás a gyártás stabilitásához és a specifikált limitekhez képest. Általánosan elfogadott szabály, hogy a mérési rendszer effektív felbontása legyen a tizede a mérendő mennyiség minimális változásának. Ez egy jó kiindulási pont lehet, amikor eszközöket keresünk egy bizonyos feladathoz.
- A rendszer által mért adatok szórása általános és nem speciális okokra vezethető vissza. Egy ilyen speciális ok lehet például egy nem megfelelő mérési összeállítás és egy földhurok, ami jelentősen lerontja a mérésünk pontosságát.
- Hogy biztosak lehessünk abban, hogy csak jó termékeket engedünk ki a gyártásból, a mérési rendszer szórásának kicsinek kell lennie a specifikált limitekhez képest.
- A folyamatok irányításához a mérési rendszer szórásának kicsinek kell lennie a termelési folyamat szórásához képest.

6. MÉRÉSI RENDSZER VIZSGÁLATA ÁTLAG ÉS TARTOMÁNY MÓDSZERREL

Az átlag és tartomány módszer egy olyan megközelítés, mely becslést ad mind az ismételt mérésre, mind a reprodukálhatóságra egy mérési rendszer esetén [2][4][6][7]. Más módszerekkel

szemben ez a megközelítés a mér rendszer varianciáját két különálló részre választja, ismételtelhet ségre és reprodukálhatóságra, de az ezek közötti kapcsolatról nem ad információt. A módszerhez a következ lépéseket kell elvégezni:

1. Ki kell választani 5 terméket, melyek a gyártást reprezentálják.
2. El kell látni az összes terméket egyedi azonosítóval úgy, hogy az operátorok ne láthassák.
3. Kalibrálni kell a m szereket, ha ez része a normál eljárásnak, majd az els operátor leteszteli az összes terméket véletlen sorrendben. Az eredményeket rögzíteni kell.
4. Ezután a többi operátor is leteszteli az összes terméket véletlen sorrendben és az eredményeket szintén rögzítjük.
5. Ezt a ciklust kell ismételni addig, amíg nem teszteltünk minden terméket az el re megadott mennyiségben.

A tesztek eredményeinek rögzítése után az alábbi lépések és táblázatok írják le a vizsgálat kiértékelését. A vizsgálat becslést ad a varianciára és ezen belül is a folyamat varianciájának a mértékére.

1. Minden egyes operátor esetében, minden egyes termékre meg kell határozni a mérés tartományát, amihez a maximálisan mért értékb l ki kell vonni a minimális értéket. Az eredményeket a táblázat megfelel soraiban kell rögzíteni.

$$R_{m,n} = X_{m,n,\max} - X_{m,n,\min} \quad , \quad (1)$$

ahol:

- $R_{m,n}$ ó m termékhez és n operátorhoz tartozó mérési eredmények tartománya;
 $X_{m,n,\max}$ ó m termékhez és n operátorhoz tartozó mérési eredmények maximuma;
 $X_{m,n,\min}$ ó m termékhez és n operátorhoz tartozó mérési eredmények minimuma.

2. Soronként meg kell határozni a tartományok átlagát és azokat be kell írni az utolsó oszlop megfelel soraiba.

$$\overline{R}_n = \frac{\sum_{m=1}^x R_{m,n}}{x} \quad , \quad (2)$$

ahol:

- \overline{R}_n ó n operátorhoz tartozó mérési eredmények tartományának átlaga;
 $R_{m,n}$ ó n operátorhoz és m termékhez tartozó mérési eredmények tartománya.

3. Meg kell határozni az egész táblázatra is a tartományok átlagát.

$$\overline{R} = \frac{\sum_{n=1}^y \overline{R}_n}{y} \quad , \quad (3)$$

ahol:

\bar{R} ó a táblázatra nézve a mérési tartományok átlaga;
 \bar{R}_n ó n operátorhoz tartozó mérési eredmények tartományának átlaga.

4. A \bar{R} értékét meg kell szorozni a D_4 -es értékkel, hogy megkaphassuk alsó (LCL_R) és a felső kontroll limiteket (UCL_R). Három teszt esetén a D_4 értéke a felső kontroll limithez 2.58. Az alsó kontroll limit értéke hénél kevesebb teszt esetén 0.
5. Azoknál a méréseknél, ahol a tartomány nagyobb, mint a felső kontroll limit, az eredményeket figyelmen kívül kell hagyni, vagy a mérést meg kell ismételni ugyanazzal az operátorral, ugyanazon mérési rendszerrel. Meg kell keresni a hiba okát és korrigálni kell azt. Majd a számításokat újra el kell végezni az új mérési eredményeknek megfelelően.
6. Meg kell határozni a mérési eredmények átlagát minden egyes sorban.
7. Ezt követően ki kell számolni a mérési eredmények átlagát egy operátorral végzett tesztek eredményeire is.

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{m=1}^x \sum_{o=1}^z X_{m,o}}{m \times o}, \quad (4)$$

ahol:

\bar{X}_n ó az n operátor által végzett mérések eredményeinek átlaga;
 $X_{m,o}$ ó az n operátor által végzett összes mérési eredménye.

8. Az operátoronkénti mérési eredmények átlagának ($\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$) maximumának és minimumának különbségeként meg kell határozni az \bar{X}_{DIFF} értékét.
9. Majd ezt követően meg kell határozni az összes mérési eredmény átlagát is (\bar{X}).
10. A termék átlag tartománya (\bar{R}_t) az átlagok maximumának és minimumának különbsége.
11. A kiszámolt $\bar{R}, \bar{X}_{DIFF}, R_t$ értékeket be kell írni az 1. Táblázat megfelelő celláiba, majd el kell végezni a további szükséges számításokat.

Operátor	Mérési Ciklus	Termékek										Átlag
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
A	1	0.29	-0.56	1.34	0.47	-0.80	0.02	0.59	-0.31	2.26	-1.36	0.19
	2	0.41	-0.56	1.17	0.50	-0.92	-0.11	0.75	-0.20	1.99	-1.25	0.18
	3	0.64	-0.58	1.27	0.64	-0.84	-0.21	0.66	-0.17	2.01	-1.31	0.21
	Átlag	0.45	-0.57	1.26	0.54	-0.85	-0.10	0.67	-0.23	2.09	-1.31	$\overline{X}_a = 0.19$
	Tartomány	0.35	0.02	0.17	0.17	0.12	0.23	0.16	0.14	0.27	0.11	$\overline{R}_a = 0.17$
B	1	0.08	-0.47	1.19	0.01	-0.56	-0.20	0.47	-0.63	1.80	-1.68	0.00
	2	0.25	-1.22	0.94	1.03	-1.20	0.22	0.55	0.08	2.12	-1.62	0.12
	3	0.07	-0.68	1.34	0.20	-1.28	0.06	0.83	-0.34	2.19	-1.50	0.09
	Átlag	0.13	-0.79	1.16	0.41	-1.01	0.03	0.62	-0.30	2.04	-1.60	$\overline{X}_b = 0.07$
	Tartomány	0.18	0.75	0.40	1.02	0.72	0.42	0.36	0.71	0.39	0.18	$\overline{R}_b = 0.51$
C	1	0.04	-1.38	0.88	0.14	-1.46	-0.29	0.02	-0.46	1.77	-1.49	-0.22
	2	-0.11	-1.13	1.09	0.20	-1.07	-0.67	0.01	-0.56	1.45	-1.77	-0.26

	3	-0.15	-0.96	0.67	0.11	-1.45	-0.49	0.21	-0.49	1.87	-2.16	-0.28
	Átlag	-0.07	-1.16	0.88	0.15	-1.33	-0.48	0.08	-0.50	1.70	-1.81	$\bar{X}_c = -0.25$
	Tartomány	0.19	0.42	0.42	0.09	0.39	0.38	0.20	0.10	0.42	0.67	$\bar{R}_c = 0.33$
	Termékenkénti Átlag	0.17	-0.84	1.10	0.37	-1.06	-0.19	0.45	-0.34	1.94	-1.57	$\bar{\bar{X}} = 0.003$, $\bar{R}_t = 3.51$
	Tartományok Átlagának Átlaga	$\bar{R} = \frac{(\bar{R}_a + \bar{R}_b + \bar{R}_c)}{3} = 0.34$										
	Mérési Eredmények Átlagának Tartománya	$\bar{X}_{DIFF} = \bar{X}_{MAX} - \bar{X}_{MIN} = 0.45$										
	Felső Kontroll Limit	$LCL_R = 0, UCL_R = \bar{R} \times D_4 = 0.87$										

1. Táblázat A mérési eredmények a GR&R-hoz

A két táblázat segítséget nyújt a vizsgálatok kiértékeléséhez. A 2. Táblázat bal oldala a mérések különböző összetevőinek szórását mutatja.

1. Az ismételhetőség a tartományok átlagának (\bar{R}) és egy konstansnak (K_1) a szorzata adja. A K_1 értéke függ a mérések számától, a termékek számától és az operátorok számától.

$$EV = \bar{R} \times K_1, \quad (5)$$

ahol:

K_1 ó a ciklusok számától függ konstans.

2. A reprodukálhatóság függvénye az ismételhetőségnek a mérési eredményekhez tartozó átlagértékek tartományának és szintén a mérések számának, a termékek számának és az operátorok számának. Abban az esetben, ha a képletben a négyzetgyökvonás alatt szám

keletkezik, akkor a reprodukálhatóság értéke nulla. A mér rendszer szórása az eszközök szórásából (EV) és az operátorok által bevitt szórásból számolható ($\overline{X_{DIFF}}$).

$$AV = \sqrt{(\overline{X_{DIFF}} \times K_2)^2 - (EV^2 / (m \times o))} \quad , \quad (6)$$

ahol:

- K_2 ó az operátorok számától függ konstans;
- m ó a termékek száma;
- o ó az operátorok száma.

3. A termékek szórása a termékeken mért értékek átlagának tartományából (R_t) és a K_3 -as konstansból adódik, ami a termékek számának a függvénye. Ezek a konstansok mind egyazon táblázatból származnak, pontos kiszámításukra nem térünk ki.

$$PV = \overline{R_t} \times K_3 \quad , \quad (7)$$

ahol:

- K_3 ó a termékek számától függ konstans.

4. A teljes szórás a termékek szórásából, az eszközök szórásából és az operátorok által hozzáadott szórásból tevődik össze.

$$TV = \sqrt{GRR^2 + PV^2} \quad , \quad (8)$$

$\overline{R} = 0.34$	$\overline{X_{DIFF}} = 0.45$	$\overline{R_t} = 3.51$
<i>Ismételhetőség - Eszközök Szórása (EV)</i>		
$EV = \overline{R} \times K_1 = 0.20$	<i>Ciklusszám</i>	K_1
	2	0.88
	3	0.59
$\% EV = 100 \times (EV/TV) = 17.66$		
<i>Reprodukálhatóság - Operátorok Szórása (AV)</i>		
$AV = \sqrt{(\overline{X_{DIFF}} \times K_2)^2 - (EV^2 / (m \times o))} = 0.23$	<i>Operátorok</i>	K_2
$\% AV = 100 \times (AV/TV) = 20.39$		

<i>n</i> = Termékek száma, <i>r</i> = Ciklusok száma	2	0.70	
	3	0.52	
<i>Gage R&R</i>			
$GRR = \sqrt{EV^2 + AV^2} = 0.30$		%GRR = 100 × (GRR/TV) = 26.97	
<i>Termék Szórása (PV)</i>			
$PV = \bar{R}_i \times K_3 = 1.09$	<i>Termékek</i>	<i>K₃</i>	% PV = 100 × (PV/TV) = 96.29
	9	0.32	
	10	0.31	
<i>Teljes Szórás (TV)</i>			
$TV = \sqrt{GRR^2 + PV^2} = 1.13$			

2. Táblázat A GR&R jelentés

Miután minden egyes részhez meghatároztuk a szórások értékét, ezeket össze kell vetni a teljes szórással. Ezek a számítások a 2. Táblázat jobb szélső oszlopában láthatóak. Fontos, hogy az egyes összetevők szórása százalékban összegezve nem lesz egyenlő 100%-al. Ezen eredmények alapján kell megállapítani, hogy elfogadható-e a mérési rendszer vagy sem.

7. ÖSSZEFOGLALÁS

Számtalan módszer létezik az iparban a mérési rendszerek megbízhatóságának vizsgálatára. Ebben a cikkben az egyik módszer kezdő lépései kerültek bemutatásra, amely a mérési adatok alapján, statisztikai folyamatirányítás módszereivel próbálja bizonyítani egy mérési összeállítás helyességét. A vizsgálat eredményei alapján egyértelműen eldönthető, hogy a mérési rendszerünk alkalmas-e az adott termék ellenőrzésére.

8. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] **DRÉGELYI-KISS Á., FÜLÖP D., NAGY J.**, Bizonytalanságok a hosszmeréstechnikában, XVIII. FIATAL M SZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA, Kolozsvár, 2012, pp. 123-126.
- [2] **HOFFA D.W., LAUX CH.**, Gauge R&R: An Effective Methodology for Determining the Adequacy of a New Measurement System for Micron-level Metrology, Journal of Industrial Technology, Volume 23, Number 4 - October 2007 through December 2007
- [3] **KOVÁCS-COSKUN T., PINKE P.**, Acél próbatestek összehasonlító vizsgálata mikrokeménységméréssel, XVI. FIATAL M SZAKIAK TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAKA, Kolozsvár, 2011, pp. 165-168.
- [4] Measurement System Analysis, Reference Manual, First Edition, October 1990 Second Edition, February 1995; Second Printing, June 1998 Third Edition, March 2002 Copyright © 1990, © 1995, © 2002 DaimlerChrysler Corporation, Ford Motor Company, General Motors Corporation.
- [5] **POKORÁDI L.**, Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, 2008., ISBN 978-963-9822-06-1
- [6] **RYAN, TH.P.**, Modern Engineering Statistics, John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [7] **WHEELER D.J.** An Honest Gauge R&R Study, ASQ/ASA Fall Technical Conference, 2006.