MŰSZAKI TUDOMÁNY AZ ÉSZAK-KELET MAGYARORSZÁGI RÉGIÓBAN 2013

KONFERENCIA ELŐADÁSAI

Debrecen, 2013. június 4.

Szerkesztette:
Edited by
Pokorádi László

Kiadja: **Debreceni Akadémiai Bizottság Műszaki Szakbizottsága**

ISBN 978-963-7064-30-2

Debrecen 2013

A KONFERENCIA SZERVEZŐI:

A **Magyar Tudományos Akadémia Debreceni Területi Bizottság (DAB) Műszaki Szakbizottsága**,
a **Magyar Tudományos Akadémia Miskolci Területi Bizottsága**,
a **Debreceni Egyetem Műszaki Kara**,
valamint a
Műszaki Mérnökképzésért Alapítvány

A KONFERENCIA FŐVÉDNÖKE:

Dr. habil. Szűcs Edit
a Debreceni Egyetem Műszaki Kar dékánja

A KONFERENCIA PROGRAMBIZOTTSÁGA:

Prof. Dr. Pokorádi László, elnök; Ráthy Istvánné dr., titkár;
Dr. Békési Bertold; Dr. Bodnár Ildikó; Dr. Bottyán Zsolt; Dr. Kalmár Ferenc;
Klenóczki Károly; Dr. Kovács Imre; Prof. Dr. Óvári Gyula; Dr. Palik Mátyás;
Dr. Páy Gábor; Dr. Sikolya László; Prof. Dr. Szabolcsi Róbert;
Dr. Szigeti Ferenc; Prof. Dr. Szűcs Péter; Prof. Dr. habil. Tisza Miklós;
Dr. Vermes Pál

A KONFERENCIA TÁMOGATÓI:

FANUC Robotics Magyarország Kft
DKV Debreceni Közlekedési Zártkörűen Működő Részvénytársaság
Airport-Debrecen Kft.

HIDRAULIKUS RENDSZER PARAMETRIKUS BIZONYTALANSÁGÁNAK MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓS ELEMZÉSE

MONTE-CARLO SIMULATION BASED INVESTIGATION OF HYDRAULIC SYSTEM'S PARAMETRIC UNCERTAINTY

POKORÁDI László [a], MOLNÁR Boglárka [b]

[a]egyetemi tanár, [b]ügyvezető
[a]Óbudai Egyetem, [b]Menerko Kft.
[a]pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu, [b]molnar.boglarka@menerko.hu

Kivonat: *A tudományos kutatásban nagy szerepet tölt be a rendszerek modellezése és a modellek vizsgálata. A különböző szakterületeken, így a mérnöki gyakorlatban is fontos a vizsgált rendszerek elemzése, ezáltal a rendszerekről alkotott modellek felállítása, alkalmazása. Azonban a modellezéssel együtt jár annak valamilyen formájú és mértékű bizonytalansága, ami befolyásoló tényezőként hathat a vizsgálni kívánt technikai rendszert leíró matematikai modelljének alkalmazhatóságánál és megbízhatóságánál. Jelen tanulmány bemutatja a hidraulikus rendszerekben áramló folyadékok paraméteringadozásai, valamint bizonytalanságai hatásának vizsgálatát Monte-Carlo módszer alkalmazásával a rendszeren keletkező veszteségekre.*

Kulcsszavak: *geotermikus rendszer; rendszer és modell bizonytalanság; Monte-Carlo szimuláció*

Abstract: *In the scientific researches the system modeling and model investigations have important roles. In different fields, such as the engineering it is important to analyze the real systems, to set up and to apply their models. At the same time, the models have any type of uncertainties that can influence reliability and applicability of used mathematical models. This paper shows the methodology of the Monte-Carlo Simulation and its possibility of use to investigate influences of fluid parameters on system.*

Keywords: *geothermal system; system and model uncertainty; Monte-Carlo Simulation*

1. BEVEZETÉS

A műszaki kutatásban és a mérnöki gyakorlatban nagy szerepet tölt be a modellezés és a modellek bizonytalanságainak vizsgálata [1]. A geotermikus rendszerekben keletkező veszteségekre jelentős hatást gyakorolnak a szállított folyadékok különböző fizikai jellemzői. Ilyen jellemzők lehetnek például a folyadék hőmérséklete, sótartalma, melyek a viszkozitási paraméterek megváltoztatásával jelentős hatást gyakorolhatnak a rendszer működésére.

Monte-Carlo módszernek nevezzük a matematikai modellek megoldásának véletlen mennyiségek modellezését felhasználó numerikus módszereit, és azok jellemzőinek statisztikus értékelését.

A Monte-Carlo módszer egy igen széles körben (a pénzügyi élettől a bonyolult rendszerek kockázatanalízisén át az alaptudományokig) alkalmazott eljárás, amely a vizsgált rendszer vagy folyamat bemenő jellemzői véletlen generálásán alapul. Ezen széles alkalmazási területet szemléltetik a [2], [3], [4] és [10] irodalmak. Egy fizikai rendszer, matematikai modell annak bemenő jellemzői gyakran valószínűségi eloszlásokkal jellemezhetőek. Ha ismerjük ezeket az eloszlásokat, a Monte-Carlo szimuláció véletlen mintavételezéssel végezhető el.

A Monte-Carlo szimuláció egy matematikai eszköz, amely alkalmas arra, hogy véletlen események sorozatával oldjunk meg determinisztikus problémákat. Más megfogalmazásban, Monte-Carlo szimuláción a sztochasztikus szimulációs módszerek összességét értjük [4]. A módszert széles körben alkalmazzák különböző események lehetséges kimeneteleinek és azok valószínűségeinek szimulációjára, amikor a rendszer gerjesztő paraméterei bizonytalanok.

Lényege, hogy az egyes bizonytalan gerjesztésekhez rendelt valószínűség-eloszlás alapján véletlenszerűen választunk ki értékeket, amelyeket a szimulációs vizsgálat egy-egy kísérletében használunk fel [2] [6].

A módszert Neumann János dolgozta ki - Monte Carlo a szerencsejátékok és szerencsejátékosok városa - a statisztikus szimuláció és a szerencsejátékok közti hasonlóságra utal.

Ezen elemzési módszert és annak sajátosságait már korábbi tanulmányaiban értelmezték és elemezték a Szerzők [5];[6]; [8]; [9]; [10].

A tanulmány célja a szimulációs módszer alkalmazásával a hidraulikus rendszerekben áramló folyadékok paraméteringadozásai, bizonytalanságai hatásának vizsgálata a rendszer két fő elemén keletkező veszteségekre. A célokból adódóan általánosítható következtetések vonhatóak le a folyadékszállító rendszerekben keletkező hidraulikus veszteségek további elemzéséhez.

A tanulmány az alábbi részekből áll: A 2. fejezet a Monte-Carlo szimulációt mutatja be. A 3. fejezet a vizsgált egyszerű hidraulikus rendszer matematikai modelljét írja le. A 4. fejezetben a rendszer Monte-Carlo szimulációs vizsgálatát, valamint a kapott eredmények szakmai kiértékelését találjuk meg. Végül az 5. fejezet összegzi a tanulmány elkészítésekor szerzett tapasztalatokat és megfogalmazza a Szerzők jövőbeli célkitűzéseit.

2. A MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓ

A Monte-Carlo szimulációt különböző fizikai, társadalmi események lehetséges kimeneteleinek szimulációjára és azok valószínűségeinek meghatározására alkalmazzák, akkor, amikor a rendszert gerjesztő paraméterek bizonytalanok. Lényege az, hogy az egyes bizonytalan gerjesztésekhez rendelt valószínűség-eloszlás alapján véletlenszerűen választunk ki értékeket, amelyeket a szimulációs vizsgálat egy-egy kísérletében használunk fel.

A Monte-Carlo módszer egyik előnye, hogy nincs szükség a sokszor igen bonyolult analitikus vagy numerikus módszerekkel történő modellmegoldásra, hanem „csupán” véletlen számok gyors és hatékony generálásával válaszolhatók meg a feltett kérdések. A mintavételezést sokszor elvégezve a kapott eredményeket meghatározhatjuk, valamint megbecsülhetjük a várható rendszerválaszok valószínűségi eloszlásait.

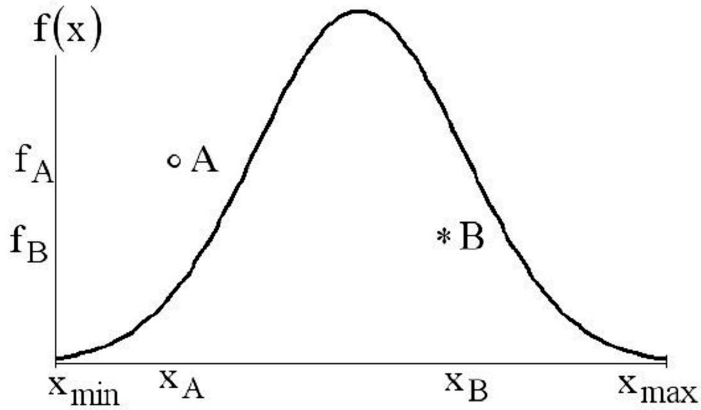
Ha egy technikai rendszer viselkedésében a külső és belső véletlenszerűségeknek domináns szerepe van, akkor a rendszert sztochasztikusnak tekintjük. Ebből adódóan a Monte-Carlo módszer alapproblémája a véletlenszerűség szimulációs megvalósítása, amit az úgynevezett véletlen számok előállításával érhetünk el.

A bemenő jellemzők értékeit a tapasztalatok, valamint a mérési eredmények statisztikai kiértékeléseinek alapján generáljuk. Ehhez a Neumann-féle dob-elvet (angolul: hit and miss), vagy más néven a kiszorításos módszert célszerű használni. A módszert széles körben alkalmazzák különböző események lehetséges kimeneteleinek és azok valószínűségeinek szimulációjára, amikor a bemenő paraméterek bizonytalanok.

A kiszorításos eljárás lényege a következő: Az egyenletes eloszlású véletlen szám generátor (ezzel minden programnyelv rendelkezik) felhasználásával kiválasztunk a gerjesztési tartományon belül egy x értéket, majd ehhez hozzárendelünk egy y_x véletlen értéket. Az előre meghatározott valószínűségsűrűség függvény alapján döntünk a generált x számról:

- ha $y_x > f(x)$, „elvetjük” az adott x értéket (lásd A pont az 1. ábrán);
- ha $y_x < f(x)$, „megtartjuk” és a szimuláció során, mint input érték alkalmazzuk az adott x értéket (lásd B pont az 1. ábrán).

A modellt a fenti módon kiválasztott kiinduló adatokkal lefuttatjuk, majd a mintavételezést sokszor elvégezve a kapott eredményeket ð a vizsgálati cél alapján ð , például statisztikailag kiértékeljük. Meghatározhatjuk a várható rendszerválaszok valószínŤségi eloszlásait, vagy azok lehetséges minimum, illetve maximum értékeket.



1. ábra Kiszorításos véletlen szám generálás szemléltetése

A módszer nagy hátránya, hogy a pontos elemzés elvégzéséhez, a statisztikai sokaság elérése érdekében sokszor kell lefuttatni a szimulációt.

3. A RENDSZER HIDRAULIKUS MODELLJE

Az általunk vizsgált egyszerŤ hidraulikus rendszerben lejátszódó folyamatok matematikai leírását a rendelkezésünkre álló kiinduló adatok felvételével kezdtük, melyek a következŖek:

- A csŖszakasz hossza: l = 4,2 m;
- CsŖátmérŖ: d = 20 mm;
- A szerelvény veszteségi tényezŖje: ε = 2,1;
- A víz hŖmérséklete: t=45 ^{o}C (a mérési adatok átlaga alapján);
- A csŖvezetékben áramló víz átlagos áramlási sebessége: c = 0,1 m/s.

Az érték felvételét egy köznapi vízhasználatot szimulálva, a kifolyó víz térfogatáramát a kifolyt folyadék térfogata, a kifolyás ideje, valamint a csŖátmérŖ ismeretében határoztuk meg. A késŖbb ismertetésre kerülŖ elemzések alapján kijelenthetjük, hogy a levont következtetéseket nem befolyásolják a rendszer méretezési sebességétŖl való eltérések.

A kiinduló adatok feljegyzése után az elemzéshez alkalmazott modellt kell felállítanunk, mely esetünkben az alábbiakból áll [9]; [10]:

A víz sŤrŤségének változása a hŖmérséklet függvényében a következŖ közelítŖ polinommal határozható meg:

$$\rho = At^2 + Bt + C \qquad (1)$$

ahol:
$A = -0{,}0033$ [kg/(m^3 ^{O}C^2)];
$B = -0{,}1193$ [kg/(m^3 ^{O}C)];
$C = 1002{,}2$ [kg/m^3];

t ï a víz hŖmérséklete °C-ban.

A víz dinamikai viszkozitási tényezŖje és a hŖmérséklet közötti összefüggés:

$$\mu(t) = \frac{\mu_0}{1 + Dt + Et^2} \tag{2}$$

ahol:
μ_0 ï a $t=0°C$-hoz tartozó dinamikai viszkozitás, 1bar nyomáson μ_0 =1,792 [mPa·s];
$D = 0{,}0337$ [1/ ^{O}C];
$E = 0{,}00022$ [1/ $^{O}C^2$].

A kinematikai viszkozitási tényezŖ:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{3}$$

A csŖvezetékben történŖ áramlás *Re* Reynolds száma:

$$\mathrm{Re} = \frac{cd}{\nu} \tag{4}$$

ahol:
c ï a csŖvezetékben áramló víz átlagos áramlási sebessége;
d ï a csŖvezeték átmérŖje (esetünkben d=20mm).

A csŖsúrlódási tényezŖ értékének meghatározásához ï a különbözŖ szakirodalmak alapján - több egyenlet írható fel az áramlás lamináris vagy turbulens volta - azaz az áramlást jellemzŖ Reynolds-szám - szerint [7].

Lamináris az áramlás, ha $Re < 2320$:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{5}$$

Turbulens áramlás esetén:

- ha $2320 < Re < 8 \cdot 10^4$:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}} \tag{6}$$

- ha $2 \cdot 10^4 < Re < 2 \cdot 10^6$:

$$\lambda = 0{,}0054 + 0{,}396\,\mathrm{Re}^{-0{,}3} \tag{7}$$

- ha $10^5 < Re < 10^8$:

$$\lambda = 0{,}0032 + 0{,}211\,\mathrm{Re}^{-0{,}337} \tag{8}$$

(Későbbi szimulációs számításainknál a Reynolds-szám 2888 és 3615 között veszi fel értékeit, ezért csak a (6) egyenlettel számoljuk a csősúrlódási tényezőt.)

Egyenes, kör keresztmetszetű csövön fellépő veszteségek:

$$\Delta p_{cs} = \frac{\rho}{2} c^2 \frac{l}{d} \lambda \tag{9}$$

$$h'_{cs} = \frac{c^2}{2g} \frac{l}{d} \lambda \tag{10}$$

ahol:
g – gravitációs gyorsulás, $g=9{,}81\ m/s^2$.

A szerelvényben fellépő veszteségek:

$$\Delta p_{sz} = \frac{\rho}{2} c^2 \xi \tag{11}$$

$$h'_{sz} = \frac{c^2}{2g} \xi \tag{12}$$

ahol:
ξ – a szerelvény veszteségi tényezője.

Az egész rendszer veszteségei:

$$\Delta p = \Delta p_{cs} + \Delta p_{sz} \tag{13}$$

$$h' = h'_{cs} + h'_{sz} \tag{14}$$

A fenti (1) – (14) egyenletek alkotják a vizsgált egyszerű folyadékszállító rendszer matematikai modelljét.

4. A RENDSZER SZIMULÁCIÓJA

A előző fejezetben modellezett egyszerű hidraulikus rendszerben áramló víz hőmérséklet parametrikus bizonytalanságának Monte-Carlo szimulációs elemzését mutatjuk be a következőkben. Vizsgálatunk során a rendszerben áramló víz hőmérséklet ingadozásának hatását határozzuk meg a rendszer két fő típusú részegységén fellépő nyomásveszteségre, illetve veszteségmagasságra. A rendszerünk csak egy egyenes, kör-keresztmetszetű csőszakaszból és egy szerelvényből áll, melyeket külön-külön vizsgálunk. Az elemzés során figyelembe vesszük, hogy az egyenes csőszakaszban lamináris vagy turbulens áramlás uralkodhat.

4.1. *A kiinduló adatok felvétele*

A vizsgált rendszer mérési hőmérséklet értékeit egy debreceni épületenergetikai vállalkozás szolgáltatta. Az adatok 2010. január 03. és 2010. december 13. között kerültek adminisztrálásra, ez 17 934 mérési eredményt jelent. A mérési eredmények hisztogramját szemlélteti a 2. ábra, a statisztikai elemzés főbb eredményei az 1. táblázatban láthatóak. A statisztikai elemzést MiniTab® Release 14 statisztikai szoftverrel végeztük el. A programcsomag a statisztikai elemzés konfidencia szintjét egyértelműen nem adta meg, de az elfogadhatóság tényét jelezte.

Paraméter	Adatszám	Átlag	Szórás	Minimum	Medián	Maximum
Hőmérséklet [°C]	17.934	44,638	1,6	37,2	44,7	50,2

1. táblázat A mérési adatok statisztikai elemzésének eredményei

4.2. *A szimuláció futtatása*

A Monte-Carlo szimuláció során a 2. fejezetben már ismertetett dob-elvet módszerrel választottunk vízhőmérsékletet és végeztük el a 3. fejezetben leírt hidraulikus veszteségi számításokat. A Monte-Carlo szimulációnál a tapasztalatok alapján határoztuk meg 10 000-et a gerjesztések számának, mivel ez a gerjesztés szám már statisztikailag elegendő, így korrekt szakmai következtetéseket vonhatunk le a kapott futtatási eredményekből. Az eredmények a 3. – 14. ábrákon, illetve 2. táblázatban láthatóak.

Paraméter	Mérték-egység	Átlag	Szórás	Minimum érték	Maximum érték
t	°C	44.624	1.619	38.166	50.796
ρ	kg/m^3	990.3	0.67	987.63	992.84
μ	Pa·s	0.00061	$1.79 \cdot 10^{-5}$	0.000546	0.000687
ν	m^2/s	$6.1549 \cdot 10^{-7}$	$1.767 \cdot 10^{-8}$	$5.5327 \cdot 10^{-7}$	$6.924 \cdot 10^{-7}$
Re	-	3252.1	93.3	2888.4	3614.8
λ	-	0.041851	0.0003	0.040753	0.043105
Δp_{cs}	Pa	43.517	0.342	42.262	44.936
h'_{cs}	m	0.004479	$3.21 \cdot 10^{-5}$	0.004362	0.004614
Δp_{sz}	Pa	10.398	0.00704	10.37	10.425
h'_{sz}	m	0.00107	0	0.00107	0.00107
Δp	Pa	53.915	0.349	52.632	55.361
h'	m	0.00555	$3.21 \cdot 10^{-5}$	0.005432	0.005684

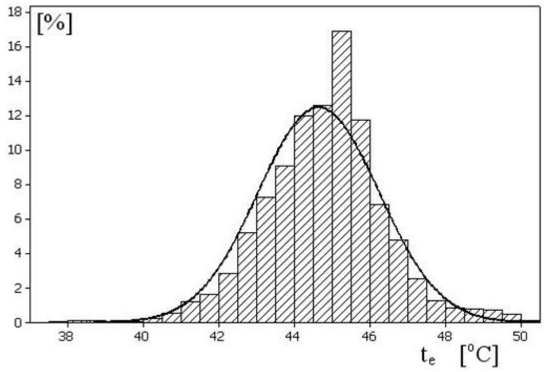
2. táblázat Szimulációs eredmények statisztikai elemzése

4.3. *Az eredmények értékelése*

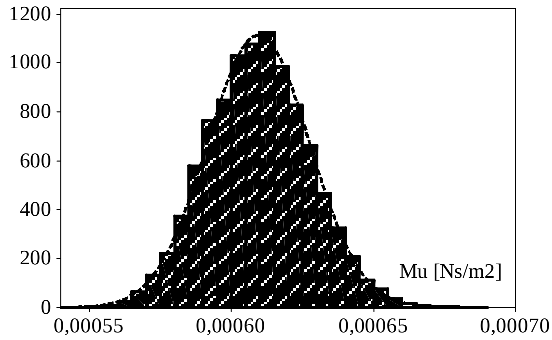
A fentiekben elvégzett Monte-Carlo szimuláció eredményei alapján az alábbi szakmai (áramlástani) következtetések vonhatók le:

a) A Monte-Carlo szimuláció alkalmazható a geotermikus víz tulajdonságaiból adódó hatások elemzésére, a szállító rendszerben keletkező veszteségek vizsgálatára.

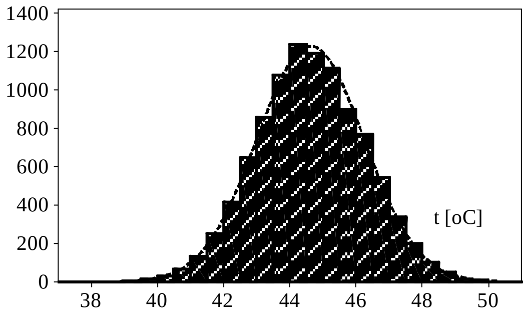
A késŖbbi következtetéseink is alátámasszák, hogy kiegészítve a modellt, a szimulációs módszer a víz sótartalom hatásainak értékelésére is továbbfejleszthetŖ. Sajnos jelenleg nem rendelkezünk olyan adatokkal, melyek ezen továbbfejlesztést lehetŖvé teszik



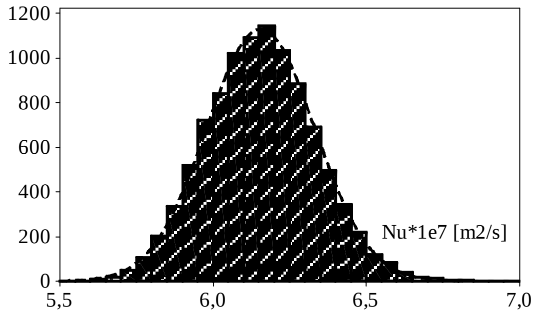
2. ábra A víz hŖmérsékletének hisztogramja



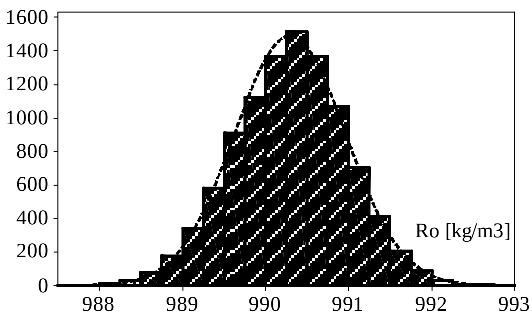
5. ábra A dinamikai viszkozitás hisztogramja



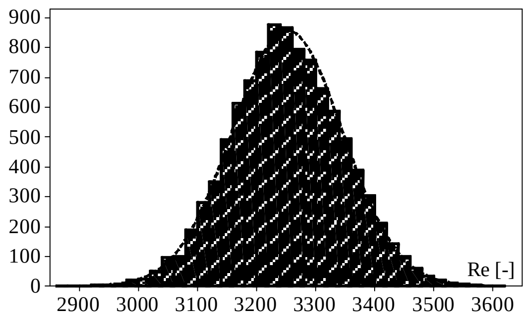
3. ábra HŖmérsékletváltozás hisztogram



6. ábra A kinematikai viszkozitás hisztogramja



4. ábra A sŤrŤség hisztogramja



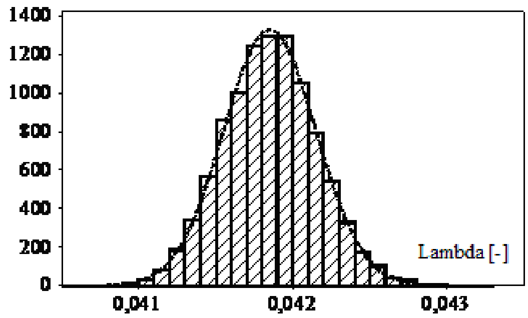
7. ábra A Reynolds-szám hisztogramja

b) A viszonylag kevésbé magas vízhŖmérsékletnél és kis áramlási sebességnél a Reynolds-szám nagyobb, mint 2320.

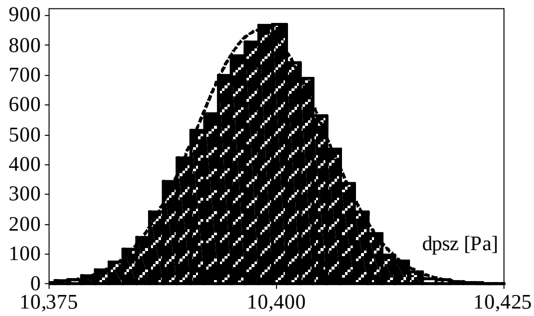
A végzett számítások azt igazolták, hogy az áramlás nem tekinthetŖ stabil laminárisnak. Ezt a tényt mindenképpen figyelembe kell venni a csŖsúrlódási tényezŖ Reynolds-szám függvényében történŖ meghatározásakor.

c) A szerelvény nyomásvesztesége kevésbé érzékeny a víz hŖmérsékletére.

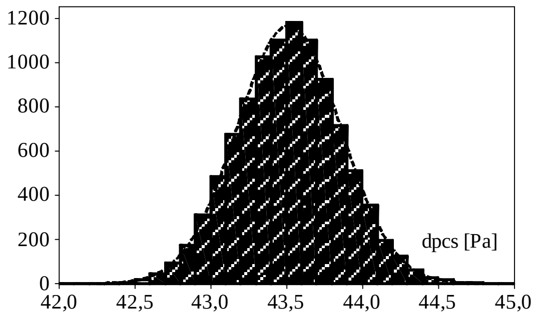
A 2. táblázat értékei alapján megállapítható, hogy a csŖvezeték nyomásveszteségének relatív szórása (az abszolút szórás és a várható érték hányadosa) $7{,}86 \cdot 10^{-3}$, a szerelvény nyomásveszteségének relatív szórása pedig $6{,}77 \cdot 10^{-6}$. Ezt támasztja alá még a 14. ábra is, mely a csŖvezeték, a szerelvény, valamint a teljes rendszer nyomásveszteségeit szemlélteti a gerjesztés szám függvényében. A grafikonon is látható, hogy azonos nyomáslépték esetén, a szerelvényen keletkezŖ nyomásveszteség lényegében egy egyenes.



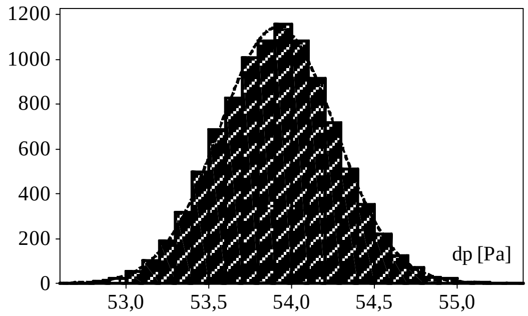
8. ábra A csŖsúrlódási tényezŖ hisztogramja



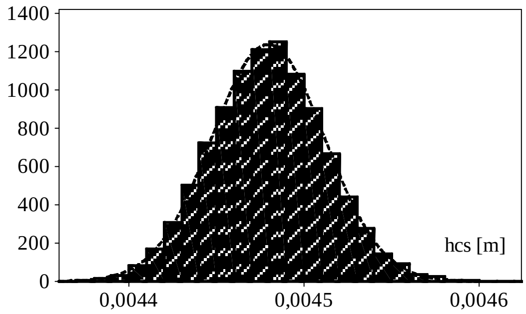
11. ábra A szerelvény nyomásveszteségének hisztogramja



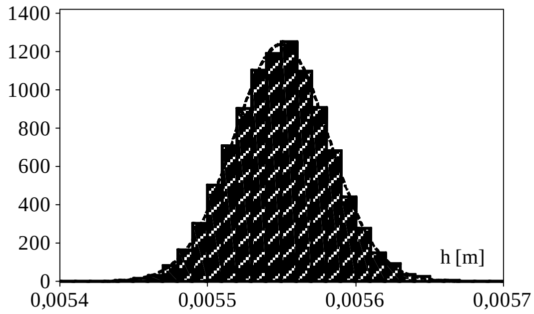
9. ábra A csŖvezeték nyomásveszteségének hisztogramja



12. ábra A teljes rendszer nyomásveszteségének hisztogramja



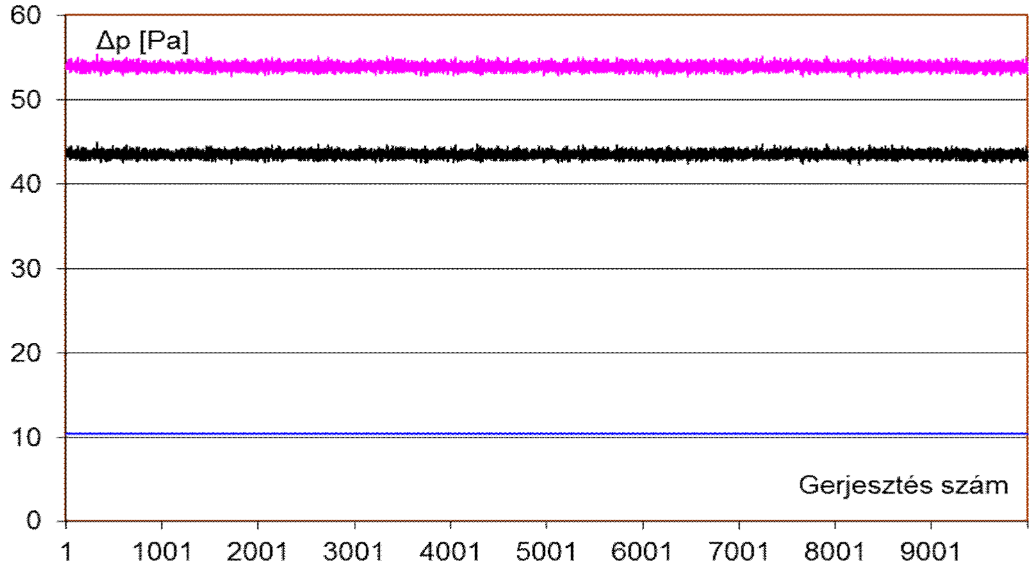
10. ábra A csŖvezeték magasságveszteségének hisztogramja



13. ábra A teljes rendszer magasságveszteségének hisztogramja

d) A szerelvény veszteségmagasságára nincs hatással a víz hőmérséklete.

A 2. táblázatból is látható, hogy a szerelvény veszteségmagassága mind a 10.000 gerjesztésnél ugyanaz, 0,00107 méter értéket adta.



14. ábra A nyomásveszteségek a gerjesztések függvényében

e) Egy teljes geotermikus folyadékszállító rendszer elemzésekor az egyenértékű csőhossz alkalmazása nem ad korrekt eredményt.

Az előző következtetésből adódóan a szerelvény veszteségmagassága független a víz hőmérsékletétől az egyenértékű csőhosszal való „kiváltása" inkorrekt eredményt ad a teljes rendszer veszteségmagassága, azaz a folyadékszállításhoz szükséges szivattyúteljesítmény meghatározása szempontjából. A víz sótartalma is hatását a víz sűrűségén és dinamikai viszkozitási tényezőjén keresztül fejti ki a rendszeren keletkező veszteségekre, várhatólag a víz sótartalma függvényében is hasonló konklúzió vonható le.

f) A csővezeték és a teljes rendszer veszteségmagasságának szórása egyenlő.

Ez a következtetés a d) konklúzió folyománya.

5. ÖSZEGZÉS

A tanulmány bemutatta egy rendszermodell parametrikus bizonytalanságának Monte-Carlo szimulációval történő valószínűségi elemzését, valamint szemléltetett egy gyakorlati alkalmazási lehetőségét is egy egyszerű hidraulikai veszteség meghatározás példáján keresztül. A szimulációs eljárás során – valós adatok felhasználásával – vizsgáltuk a víz hőmérséklete változásának hatását a rendszeren és elemein keletkező veszteségekre.

A szimulációs eredmények – épületgépészeti szempontból – történő értékelése és a levont következtetések alapján megállapítható az a konklúzió, hogy a Monte-Carlo szimuláció alkalmazható a geotermikus vízszállító rendszerek a víz fizikai jellemzőinek ingadozása okozta parametrikus bizonytalanságainak elemzésére, és a szállító rendszerben keletkező veszteségek vizsgálatára.

A bemutatott eljárás - megfelelő adatok birtokában - kiegészíthető, továbbfejleszthető a termálvíz sótartalma hatásainak elemzésére is.

6. FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] **BAODING L.,** Uncertainty Theory, Springer, Berlin, 2010. p. 350.
[2] **DAGPUNAR J.S.,** Simulation and Monte Carlo, John Wiley & Sons, 2007., Chichester, p. 333.
[3] **KALOS M.H., WITLOCK P.A.,** Monte Carlo Methods,Wiley-Blackwell, 2008., p. 203.
[4] **KUN F.,** Számítógépes modellezés és szimuláció, kézirat, 2010.
[5] **MOLNÁR B.,** A parametrikus modellbizonytalanságok leírási módszerei, Műszaki Tudományos Füzetek, XV. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, Kolozsvár, 2010. március 25–26., pp. 217–220.
[6] **MOLNÁR B.,** A parametrikus modellbizonytalanságok elemzési módszereinek szemléltetése, TDK dolgozat (XXX. Jubileumi Országos Tudományos Diákköri Konferencia Műszaki Tudományi Szekció, különdíj) (Témavezető: Prof.Dr. Pokorádi László, egyetemi tanár) p. 55
[7] **POKORÁDI, L.,** Aerodinamika II., A súrlódásos és az összenyomható közeg áramlástana, főiskolai jegyzet, MH. SzRTF, 1993., pp. 170
[8] **POKORÁDI L.,** Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, 2008., ISBN 978-963-9822-06-1
[9] **POKORÁDI L.,** The Uncertainty Analysis of the Pipeline System, U.P.B. Sci. Bull., Series D, Vol. 73, Iss. 3, 2011(ISSN 1454-2358) p. 201-214.
[10] **POKORÁDI L., MOLNÁR B.,** Monte-Carlo Simulation of the Pipeline System to Investigate Water Temperature's Effects, U.P.B. Sci. Bull., Series D, Vol. 73, Iss. 4, 2011 (ISSN 1454-2358) p. 223-236.